Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Сумма заполнения

Для билета

Для билета

Вариант задания 2

Лист работы 1 из 4

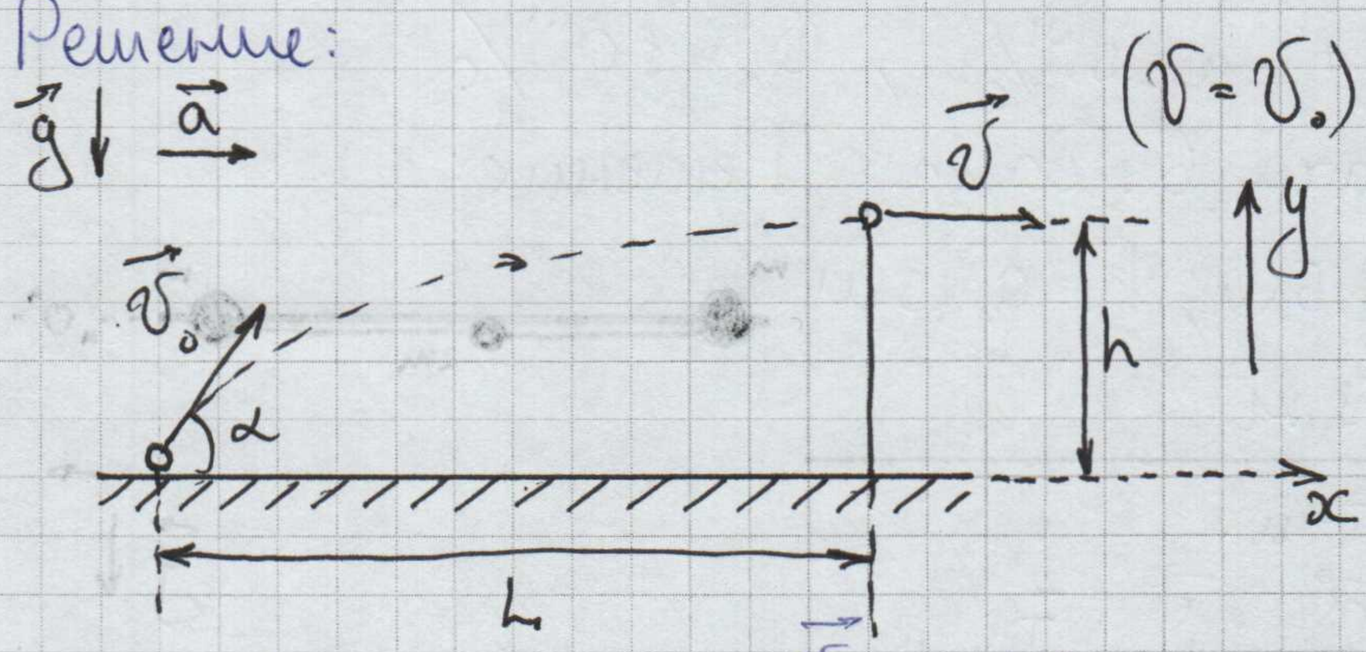
Задача 1. Дано:

$t = 0{,}8\ с$; $h = 6{,}4\ м$

$g = 10\ м/с^2$

Найти: v_0; $a = ?$

Решение:



1. h - высота забора; α - угол между $\vec{v_0}$ и OX - горизонтальной осью
2. $\vec{v} = \vec{v_0} + \vec{a}t$ (не конкретно для этой ситуации, а вообще)

$\vec{\Delta r} = \vec{v_0}t + \frac{\vec{a}t^2}{2}$

для нашей ситуации:

OX: $\begin{cases} v = v_0\cos\alpha + at \\ h = v_0\cos\alpha\, t + \frac{at^2}{2} \end{cases}$

OY: $\begin{cases} 0 = v_0\sin\alpha - gt \\ h = v_0\sin\alpha\, t - \frac{gt^2}{2} \end{cases}$

$\begin{cases} v_0\cos\alpha = v_0 - at \\ v_0\sin\alpha = gt \\ h = v_0\cos\alpha \cdot t + \frac{at^2}{2} \end{cases}$

$\begin{cases} h = (v_0 - at)t + \frac{at^2}{2} \\ (v_0\sin\alpha)^2 + (v_0\cos\alpha)^2 = (gt)^2 + (v_0 - at)^2 \end{cases}$

$\begin{cases} h = v_0 t - \frac{at^2}{2} \\ v_0^2 = (gt)^2 + v_0^2 - 2v_0 \cdot at + (at)^2 \end{cases}$

$\begin{cases} h = v_0 t - \frac{at^2}{2} \\ (gt)^2 - 2v_0 \cdot at + (at)^2 = 0 \end{cases}$

olymp.bmstu.ru

Можно использовать оборот листа для записи решений

$$\begin{cases} v_0 = \dfrac{h + \frac{at^2}{2}}{t} \\ (gt)^2 - 2 \cdot \dfrac{h + \frac{at^2}{2}}{t} \cdot at + (at)^2 = 0 \end{cases}$$

$$(gt)^2 - 2a\left(h + \frac{at^2}{2}\right) + (at)^2 = 0$$

$$(gt)^2 - 2ah - (at)^2 + (at)^2 = 0$$

$$(gt)^2 - 2ah = 0$$

$$\begin{cases} a = \dfrac{(gt)^2}{2h} = 5\ м/с^2 \\ v_0 = \dfrac{h + \frac{g^2 \cdot t^4}{4h}}{t} = 10\ м/с \end{cases}$$

Ответ: $a = 5\ м/с^2$; $v_0 = 10\ м/с$

Задача 6. Дано:

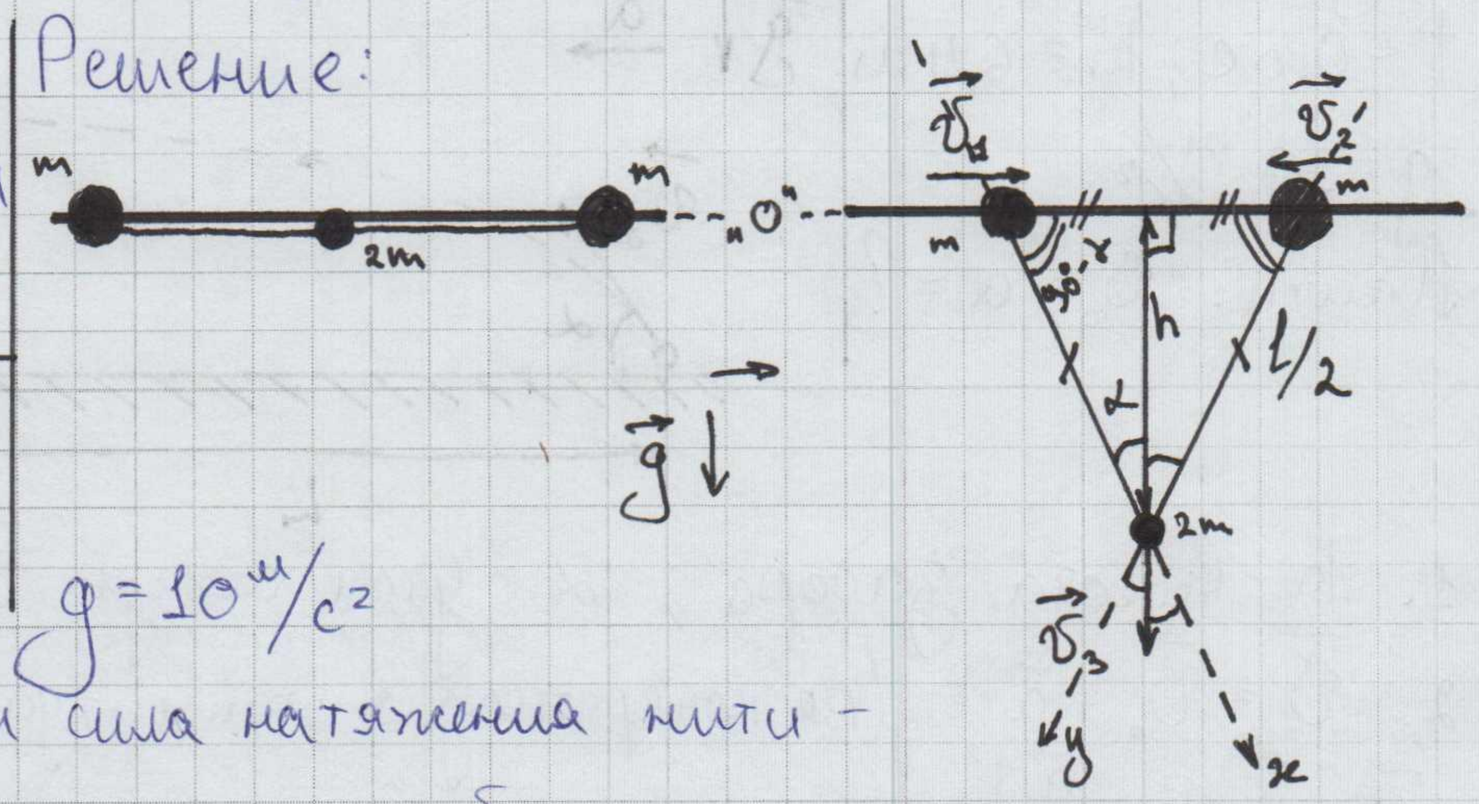
$l = 1{,}5\ м$; $h = 0{,}45\ м$

$m = 1\ кг$

Найти:

$\vec{v}_1$; $\vec{v}_2$; $\vec{v}_3$; $\vec{T}$

Решение:



$g = 10\ м/с^2$

1. Т.к. нет трения и сила натяжения нити – внутр. сила для системы из 3х бусинок, то можно записать З.С.Э. для этой системы (отн. „0"): $0 = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2} + \frac{2mv_3^2}{2} - 2mgh$

$$v_1^2 + v_2^2 + 2v_3^2 = 2gh$$

2. очевидно, что скорости бусинок „m" направлены вдоль стержня, а „2m" $\uparrow\uparrow \vec{g}$, т-е. вертикально вниз, тогда, т.к. нить нерастяжима, то: OX: $v_3 \cos\alpha = v_1 \cos(90° - \alpha)$

OY: $v_3 \cos\alpha = v_2 \cos(90° - \alpha)$ (ур. кин. связи)

(из геометрии: $\cos\alpha = \frac{2h}{l}$), итог:

$$v_3 \cos\alpha = v_1 \sin\alpha = v_2 \sin\alpha$$

3. $\begin{cases} v_1^2 + v_2^2 + 2v_3^2 = 2gh \\ v_3 \cos\alpha = v_1 \sin\alpha = v_2 \sin\alpha \end{cases}$ $\Rightarrow$ $\begin{cases} v_1^2 + v_3^2 = gh \\ v_3 = v_1 \operatorname{tg}\alpha = v_2 \operatorname{tg}\alpha \end{cases}$

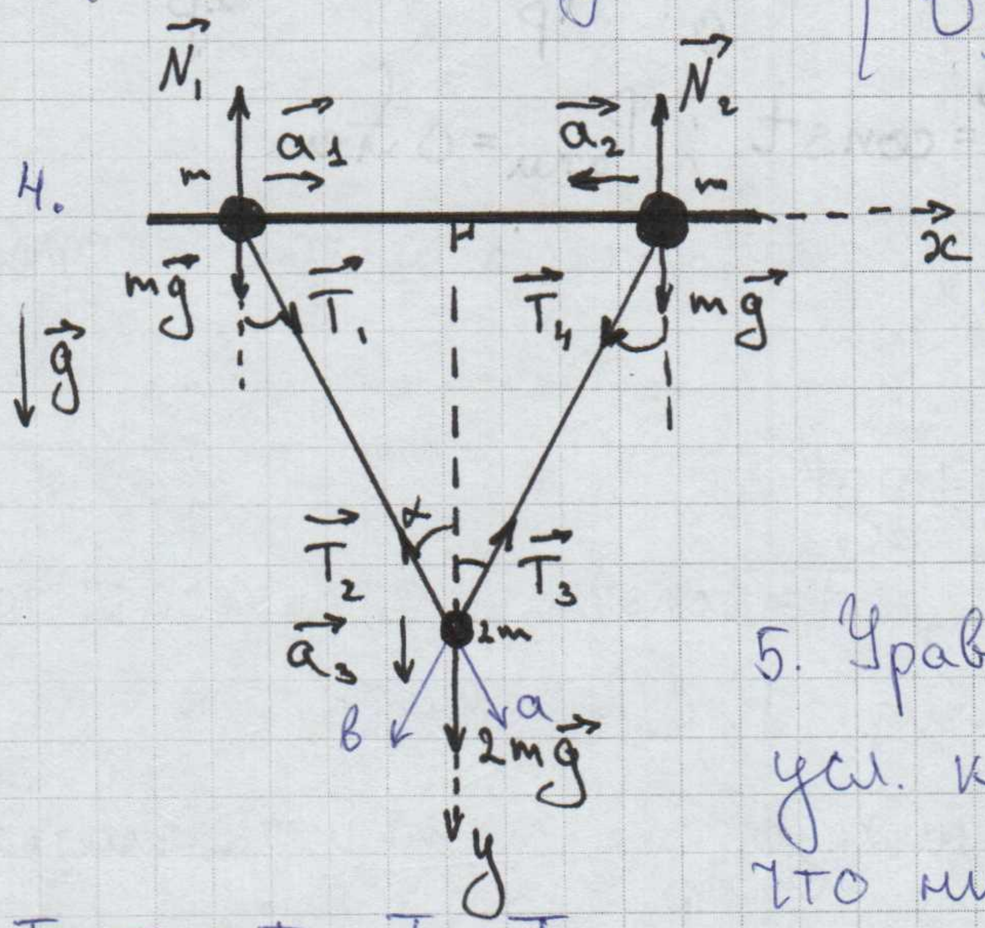
olymp.bmstu.ru

$$\begin{cases} v_3 = v_1 \operatorname{tg}\alpha = v_2 \operatorname{tg}\alpha \\ v_1^2 + v_1^2 \cdot \operatorname{tg}^2\alpha = gh \end{cases}$$

$$v_1^2 (1 + \operatorname{tg}^2\alpha) = gh$$

$$\begin{cases} v_1 = v_2 = \cos\alpha \sqrt{gh} \\ v_3 = \sin\alpha \sqrt{gh} \end{cases} \quad \begin{cases} v_1 = v_2 = \dfrac{2h}{l} \cdot \sqrt{gh} = 1{,}3 \text{ м/с} \\ v_3 = \dfrac{\sqrt{l^2 - 4h^2}}{l} \cdot \sqrt{gh} = 1{,}7 \text{ м/с} \end{cases}$$

4.



$T_1 = T_2 = T_3 = T_4 = T$

По 2 з. Ньютона:

$$OX: \begin{cases} a_1 m = T\sin\alpha \\ -a_2 m = -T\sin\alpha \end{cases}$$

$$OY: \quad a_3 \cdot 2m = -2T\cos\alpha + 2mg$$

5. Уравнений не хватает, тогда запишем усл. кин. связи, которое следует из того, что нить натянута:

$$OA: \quad a_1 \sin\alpha = a_3 \cos\alpha$$

$$OB: \quad a_2 \sin\alpha = a_3 \cos\alpha$$

$$a_3 = a_1 \operatorname{tg}\alpha = a_2 \operatorname{tg}\alpha$$

6.
$$\begin{cases} a_1 m = T\sin\alpha \\ a_2 m = T\sin\alpha \\ a_3 m = mg - T\cos\alpha \\ a_3 = a_1 \operatorname{tg}\alpha = a_2 \operatorname{tg}\alpha \end{cases} \quad \begin{cases} a_1 m = T\sin\alpha \\ a_1 \operatorname{tg}\alpha \cdot m = mg - T\cos\alpha \end{cases}$$

$$T\sin\alpha \cdot \operatorname{tg}\alpha = mg - T\cos\alpha$$

$$T\frac{\sin^2\alpha}{\cos\alpha} + T\cos\alpha = mg$$

$$T = mg\cos\alpha$$

$$T = mg \cdot \frac{2h}{l} = 0{,}6 \text{ Н}$$

Ответ: $v_1 = v_2 = 1{,}3$ м/с; $v_3 = 1{,}7$ м/с, ско-

olymp.bmstu.ru

ростки $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$, принадлежащие лев. и прав. бусинке соотв., направлены в сторону прав. и лев. бусинки массами „m" соотв., а $\vec{v}_3 \uparrow\uparrow \vec{g}$; $T = 0{,}6$ Н

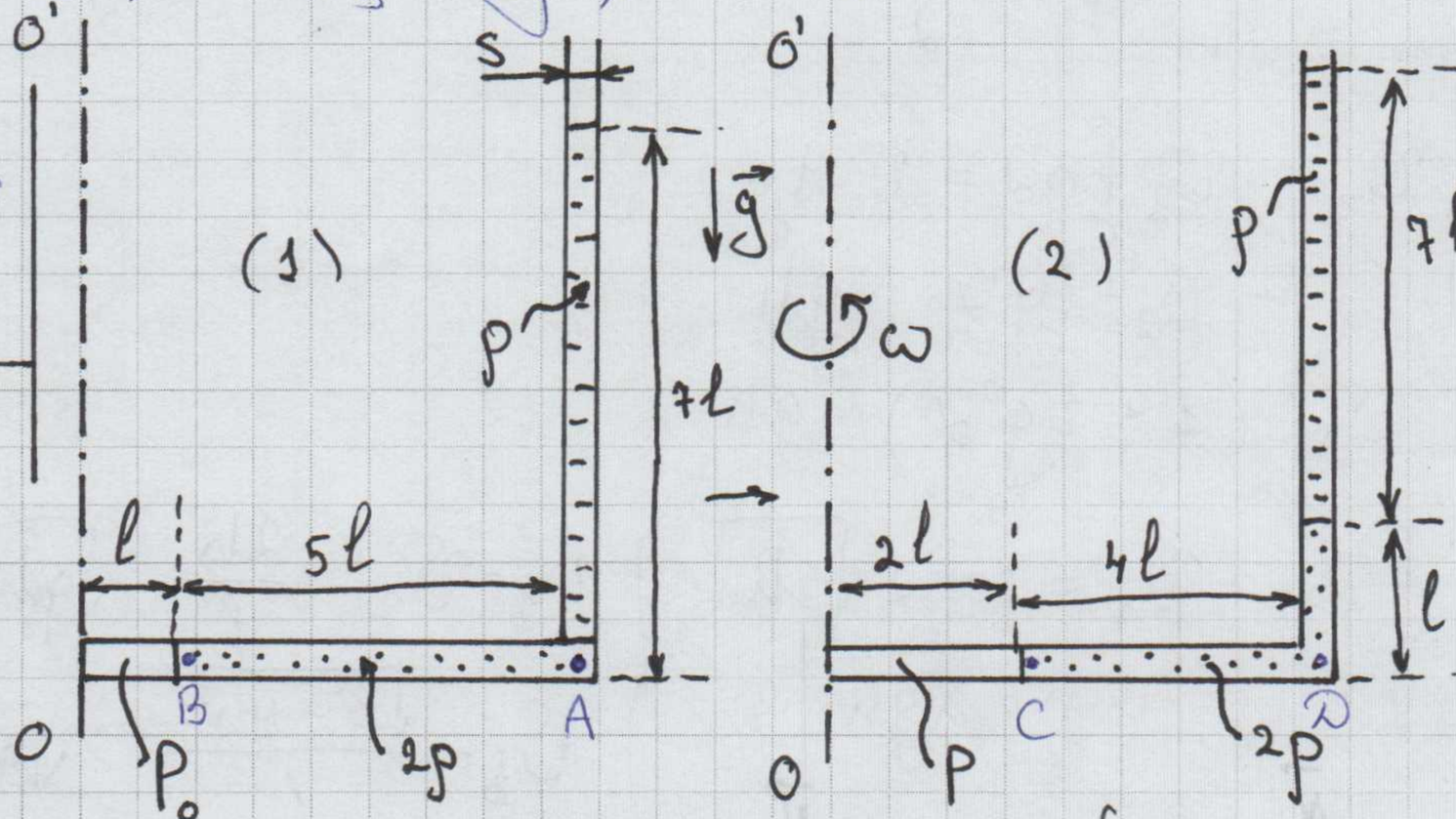
~~$T = 0{,}6$ Н~~

Задача 5. Дано:

ρ; l; g

Найти: ω

$P_{...}$ - давление в (·) ...



Решение:

1. До раскручивания: $T = const$; $P_{атм} = 0$ Па

~~$P_0 \neq P_B = P_A$~~ т.к. жидкость покоится и (·)-и находятся на одном уровне. Ну а $P_0 = P_B$.

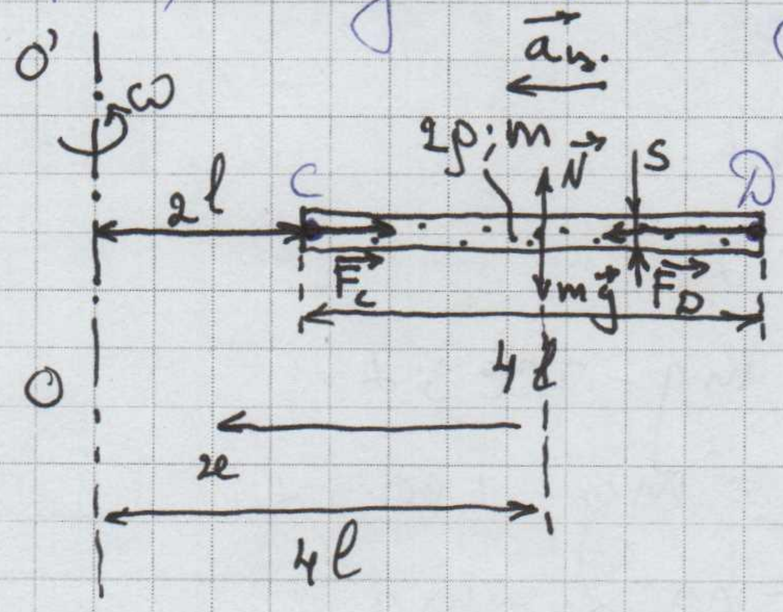
2. $P_A = \rho \cdot 7l \cdot g$, тогда и: $P_0 = 7\rho gl$

3. Т.к. при переходе (1) → (2) $T_{газа} = T = const$ и $V_{газа} = const$, то процесс изотермический, а значит: $P_i \cdot V_i = const$

принявв площадь поперечного сечения за S, можем записать:

$P_0 \cdot lS = P \cdot 2lS$, откуда: $P = \frac{P_0}{2} = \frac{7}{2}\rho gl$

4. ∀ жидкость между точками C и D:



По 2 з. Ньютона:

OX: $a_ц \cdot m = F_D - F_c$

$a_ц = 4\omega^2 l$ (по опр. центростремительного ускорения)

$m = 4lS \cdot 2\rho = 8\rho lS$

$F_D = P_D \cdot S$; $F_c = P_c \cdot S$

5. $P_c = P = \frac{7}{2}\rho gl$; $P_D = 2\rho \cdot g \cdot l + \rho \cdot g \cdot 7l = 9\rho gl$

6. $4\omega^2 l \cdot 8\rho lS = 9\rho gl S - \frac{7}{2}\rho gl S$

olymp.bmstu.ru

$4\omega^2 l \cdot 8\rho l S = \frac{11}{2}\rho g l S \;|:\rho l S$

$32\omega^2 l = \frac{11}{2} g \;;\quad \omega^2 = \frac{11g}{64l}$

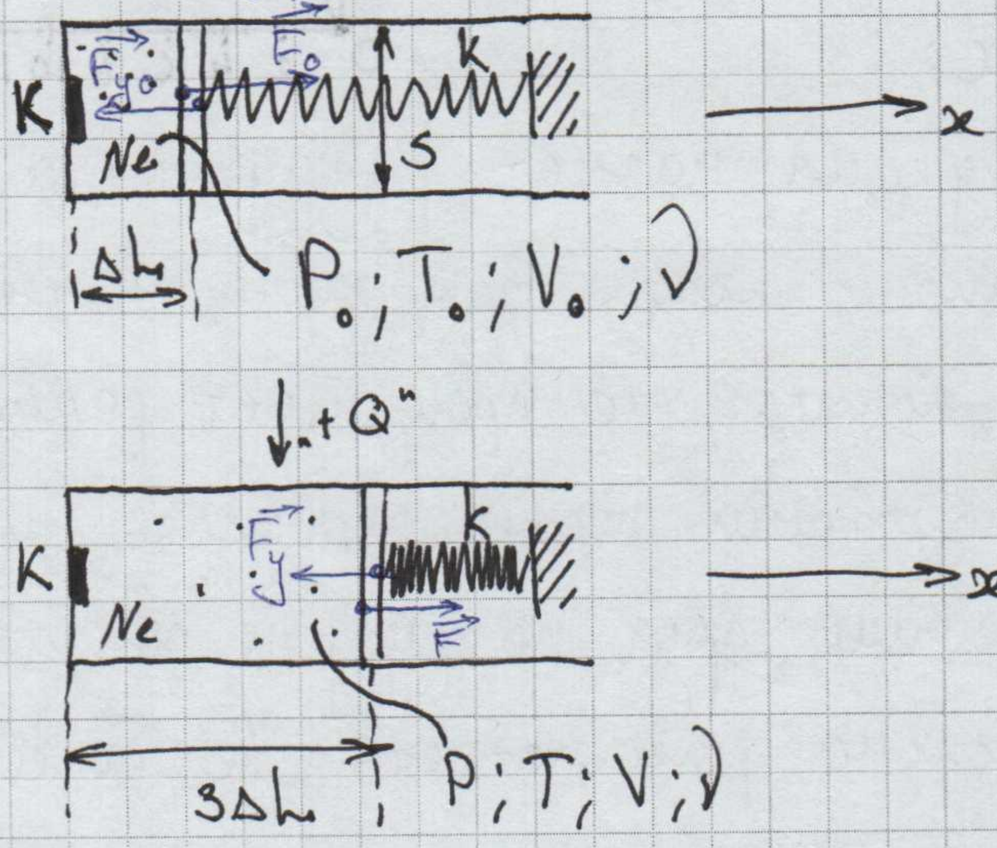
$\omega = \sqrt{\frac{11g}{64l}}$

Ответ: $\omega = \sqrt{\frac{11g}{64l}}$

Задача 4. Дано:

$\Delta h = 5$ см; $Q = 12$ кДж

Найти: $A = ?$



Решение:

1. ∑ силы, действ. на поршень: ЗС 2 з. Ньютона:

$OX: \begin{cases} 0 = F_0 - F_{y0}; & P_0 S = \frac{k\Delta h}{1} \\ 0 = F - F_y; & PS = 3k\Delta h \end{cases}$

откуда: $P_0 = \frac{k\Delta h}{S}$; $P = \frac{3k\Delta h}{S}$

2. 1-е начало термодинамики: $Q = \Delta U + A$

$\Delta U = \frac{3}{2}\nu R\Delta T$ (т.к. одноатомный (Ne))

$\Delta U = \frac{3}{2}(\nu RT - \nu RT_0)$

Уравнение Клапейрона-Менделеева: $P_0 V_0 = \nu R T_0$

$PV = \nu RT$, тогда:

$\Delta U = \frac{3}{2}(PV - P_0 V_0) = \frac{3}{2}\left(\frac{3k\Delta h}{S} \cdot 3\Delta h \cdot S - \frac{k\Delta h}{S} \cdot \Delta h S\right)$

$\Delta U = 12 k \Delta h^2$

работа газа (A) пошла на изменение внутренней энергии пружины: $A = \Delta W_{пруж.} = \frac{k \cdot (3\Delta h)^2}{2} - \frac{k \cdot (\Delta h)^2}{2} = 4k\Delta h^2$

тогда: $Q = 12k\Delta L^2 + 4k\Delta L^2 = 16k\Delta L^2$

3. $\left.\begin{matrix} Q = 16k\Delta L^2 \\ A = 4k\Delta L^2 \end{matrix}\right| \Rightarrow \frac{Q}{A} = 4 \; ; \; A = \frac{Q}{4} = 3$ кДж

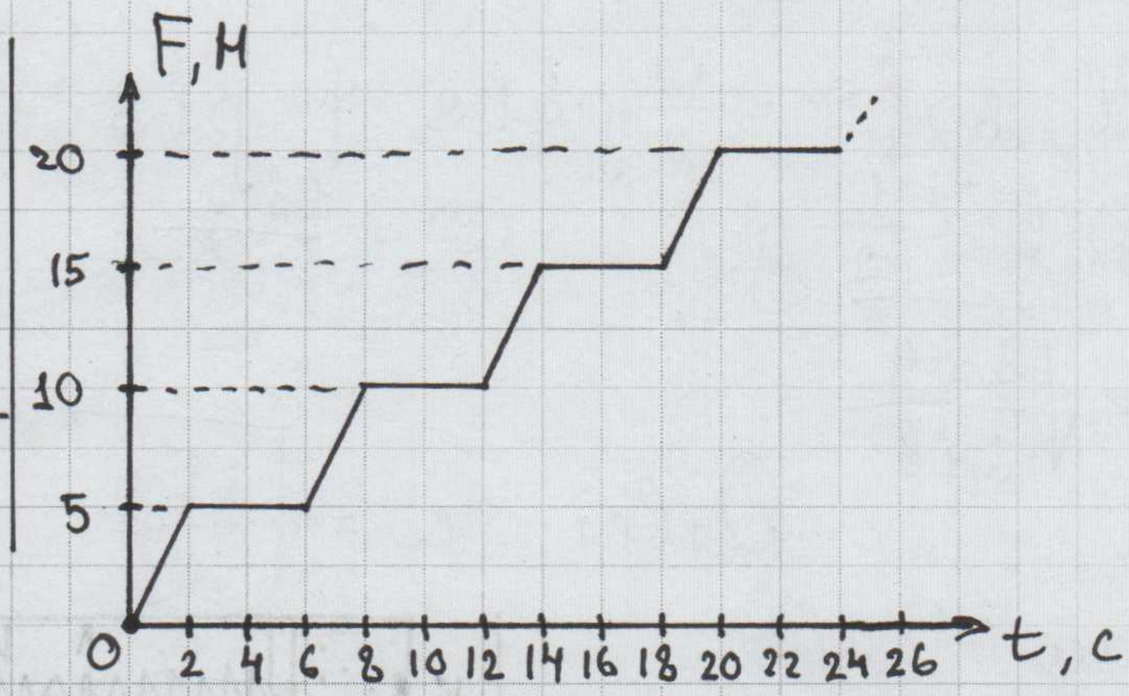
Ответ: $A = 3$ кДж

Задача $\sqrt{3}$. Дано:

$T_0 = 10$ Н ; $\mu = 0{,}5$

$m = 2$ кг , $g = 10 \, м/с^2$

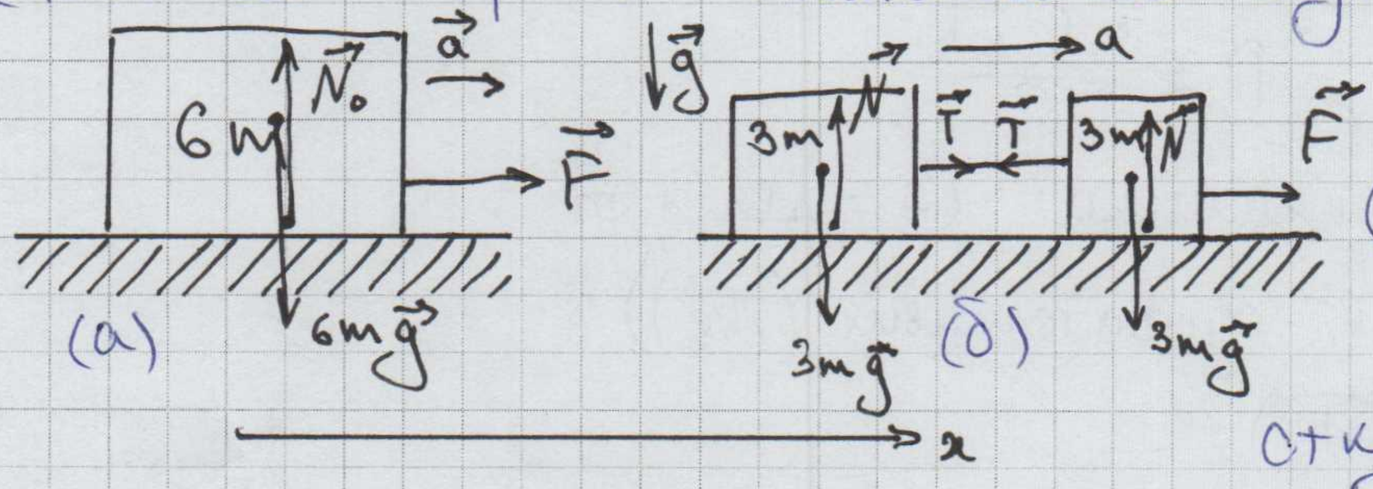
Найти: $t = ?$



Решение:

1. Конструкция начнёт разрушаться либо когда порвется нить, либо когда один кубик начнёт скользить по другому, остаётся понять, что произойдёт раньше;

2. Предположим первее порвалась нить, тогда кубики не проскальзывали друг по другу и двигались с одним ускорением, тогда можно рассмотреть две более простые конструкции (т.к. силы трения и натяжения - внутренние силы):



По 2 З. Ньютона:

$$\begin{cases} 6m \cdot a = F & (а) \\ 3m \cdot a = T & (б) \end{cases} \quad OX:$$

откуда $\underline{T = \frac{F}{2} \; ; \; a = \frac{F}{6m}} \; (1)$

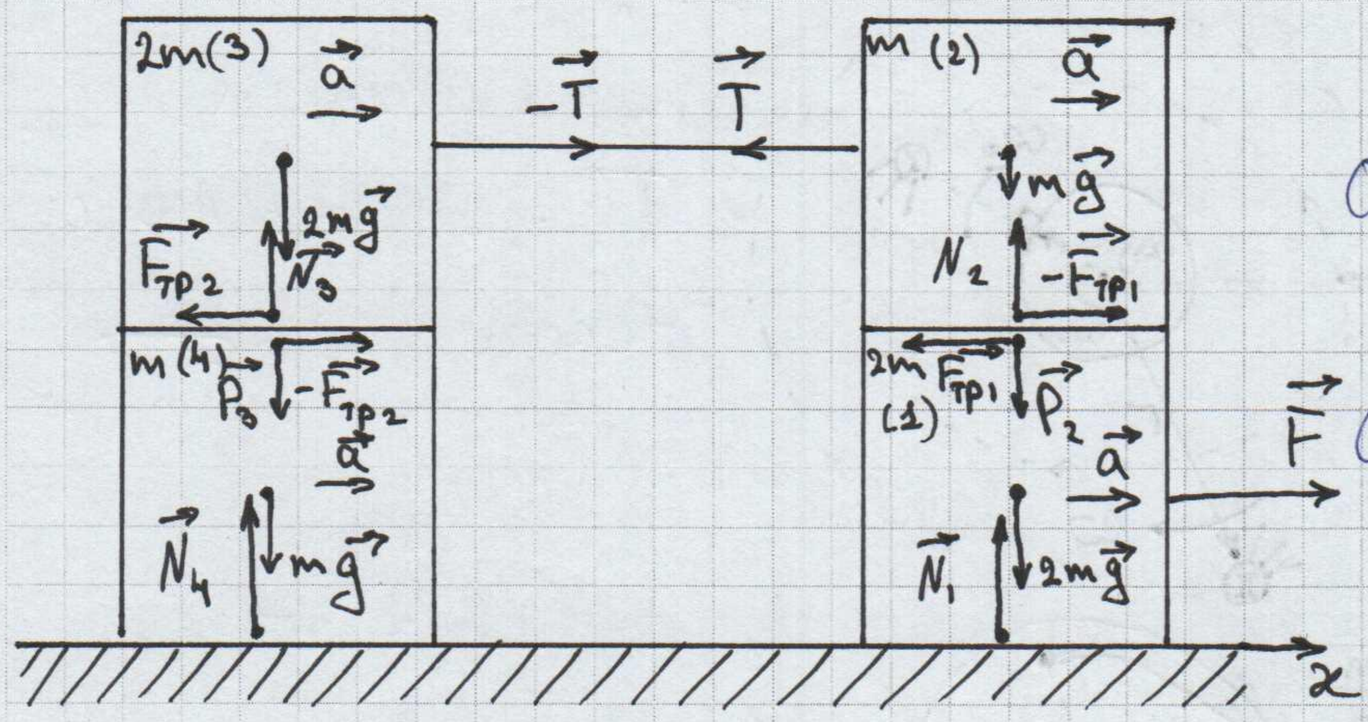
нить рвется при $T = T_0$, а значит: $F_{рвется} = 2T_0 = 20$ Н

$F_{рвётся} = 20$ Н $= F\left(t_{рвется} = 20 (с)\right)$, т.е. $t_{рвется} = 20 (с)$

3. Теперь предположим, что первее проскользнуло, тогда всё это время нить цела.

4. Т.к. систему пока она цела, а раз цела, то все кубики двигаются с одинаковым ускорением, которое равно: $a = \frac{F}{6m}$ по (1), также $T = \frac{F}{2}$

olymp.bmstu.ru



Найдём: $F_{тр1}$; $F_{тр2}$

По 2 З. Ньютона:

OY: $0 = mg - N_2$; $N_2 = mg$

$0 = 2mg - N_3$; $N_3 = 2mg$

OX: $a \cdot 2m = F - F_{тр1}$ для (1)

$a \cdot 2m = T - F_{тр2}$

учитывая: $a = \frac{F}{6m}$; $T = \frac{F}{2}$:

$\frac{F}{3} = F - F_{тр1}$; $F_{тр1} = \frac{2}{3}F$

$\frac{F}{3} = \frac{F}{2} - F_{тр2}$; $F_{тр2} = \frac{F}{6}$

5. т.к. бруски покоятся отн. друг друга, то $F_{тр1}$ и $F_{тр2}$ – силы трения покоя, и тогда по определению: $\begin{cases} F_{тр1} \le \mu N_2 \\ F_{тр2} \le \mu N_3 \end{cases}$

подставим всё: $\begin{cases} \frac{2}{3}F \le \mu mg \\ \frac{F}{6} \le 2\mu mg \end{cases}$ $\begin{cases} F \le \frac{3}{2}\mu mg \\ F \le 12\mu mg \end{cases}$ $F \le \frac{3}{2}\mu mg$

$F \le 15(Н)$; $F_{скольз} = F(t)$, где $t \in [14; 18](с)$

6. при $F = 15(Н)$ конструкция всё ещё не будет рушиться, но как только $F > 15$ Н конструкция начнёт рушиться, т.е. $t_{скольз} = 18(с)$ (в отличие от $t_{рвется}$, где нить рвется сразу как $F = 20$ Н)

7. $(t_{рвется} = 20(с)) > (t_{скольз} = 18(с))$; значит конструкция ~~ломает~~ начнёт разрушаться от того, что бруски

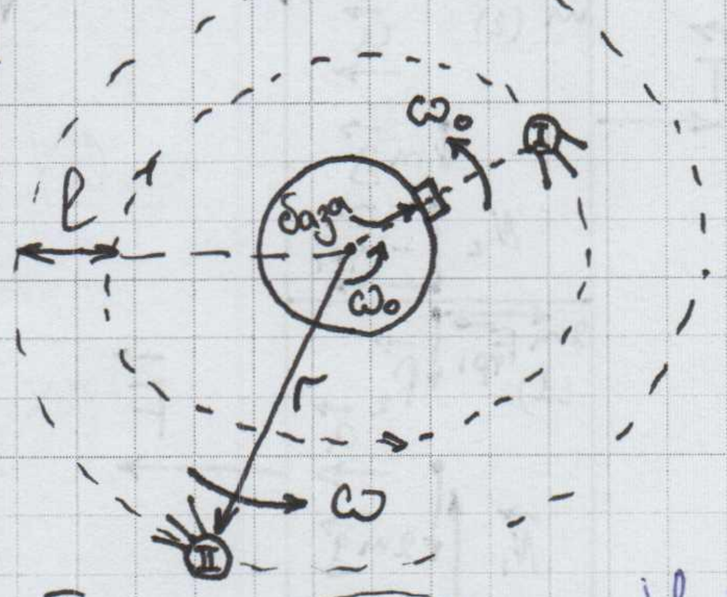
начнут проскальзывать друг по другу; $t = t_{скольз} =$
$= 18$ (с)

Ответ: 18 с

Задача 2. Дано: | Решение:

r

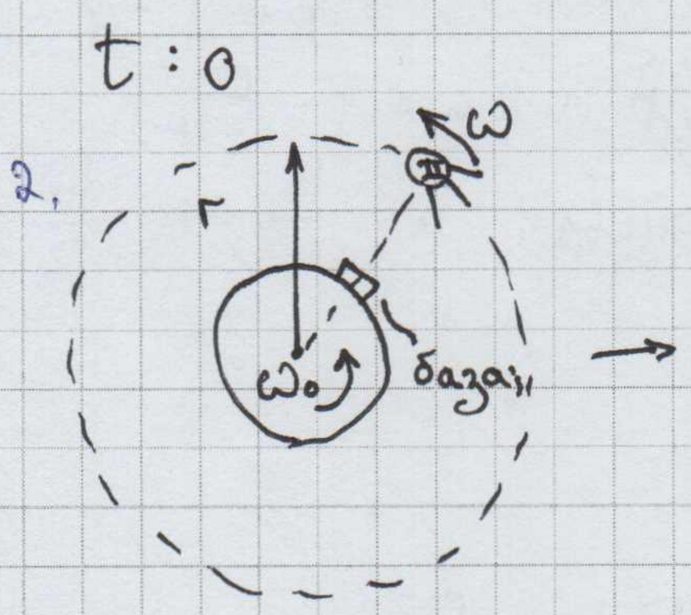
Найти: l

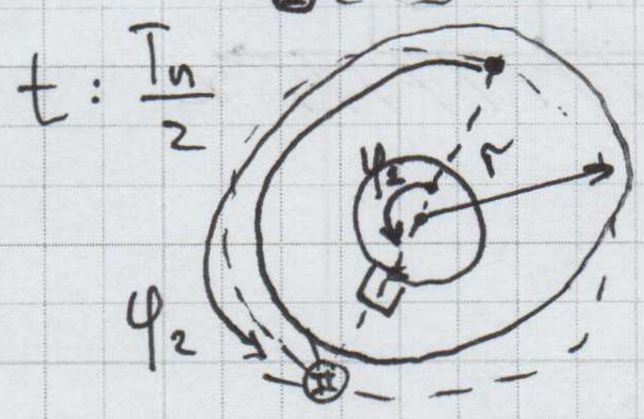


1. T_n - период обращения планеты

$T_n = 24ч = 86400$ с

тогда: $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_n}$





$\varphi_1 = \pi \quad \varphi_2 = 3\pi$

$\varphi_1 = \omega_0 \cdot \frac{T_n}{2}$

$\varphi_3 = \omega \cdot \frac{T_n}{2}$

тогда: $\omega = 3\omega_0 = \frac{6\pi}{T_n}$